

Rendre lisible une preuve assistée par calcul avec l'aide de l'IA : le cas de la réductibilité du théorème des quatre couleurs

[Nom de l'auteur]*

26 septembre 2026

Résumé

Les progrès de l'intelligence artificielle posent une question de plus en plus pressante : quelle compréhension mathématique les humains peuvent-ils tirer de preuves produites ou assistées par l'IA ? Cet article inverse la question : il utilise l'IA pour rendre plus intelligible une preuve existante dont une part essentielle repose sur des vérifications informatiques, en prenant pour terrain le théorème des quatre couleurs. Nous présentons une ré-implémentation indépendante de la vérification de réductibilité pour les 633 configurations du corpus publié par Robertson, Sanders, Seymour et Thomas (RSST) dans leur preuve du théorème des quatre couleurs, ainsi qu'une série de substitutions combinatoires et topologiques explicites à une partie de cette vérification exhaustive. La ré-implémentation, écrite sans reprendre aucune routine du programme historique, confirme les décomptes publiés (4 806 391 remplissages directs, 249 configurations D-réductibles, 384 C-réductibles, aucune intersection entre les 2 200 962 frontières compatibles avec les contrats et les résidus correspondants). Au-delà de cette confirmation, nous montrons que 29 991 188 des 29 991 189 déductions de recoloration nécessaires peuvent être couvertes par une hiérarchie de règles géométriques structurées (compression à un ruban, règles à deux et trois rubans, marques fixes, coupures d'intervalle, mélange de deux catégories de rubans) plutôt que par le seul certificat général par énumération ; un unique état résiste à ces règles, mais reçoit un argument lisible en arbre de cas (50 cas). Nous établissons également, pour 383 des 384 configurations C-réductibles, une preuve autonome de l'hypothèse d'admissibilité topologique des contractions (absence d'arête extérieure identifiée), généralisant un argument de triangle séparateur, au besoin en remplaçant la contraction historique par une autre (8 configurations) ; la configuration restante, pour laquelle une recherche exhaustive montre qu'aucune contraction de ce type n'existe, dépend d'un fait topologique classique de la littérature (6-connexité interne des contre-exemples minimaux), cité mais non re-démontré ici. Enfin, nous classons les 633 noyaux d'obstruction minimaux par forme structurelle et montrons qu'un seul lemme élémentaire — celui de la composante bicolore, qui contient comme cas particuliers le principe des tiroirs, la parité des cycles impairs et un argument de double pivot forcé — combiné à un principe de propagation de contraintes, explique les 633 noyaux sans calcul au cas par cas. Les mêmes règles expliquent ensuite chacun des 39 941 300 mots de bord non directement remplissables du corpus, avec au plus une disjonction sur un sommet pour 1 444 d'entre eux ; nous relierons chacun de ces mots à la règle d'échange nommée qui le résout, et rédigeons pour les 127 configurations de bord au plus 11 une preuve de réductibilité entièrement vérifiable à la main, mot par mot, y compris les règles d'échange à marques fixes. Aucun de ces résultats ne constitue une nouvelle preuve du théorème des quatre couleurs ; il s'agit d'une vérification indépendante et d'une reconstruction partielle, vers une preuve lisible, de la réductibilité déjà établie par RSST. Nous discutons enfin ce que cet exercice suggère, au-delà du cas particulier traité ici, sur l'usage de l'IA pour faire émerger des raisons

*Version interactive, dossier reproductible et code source : <https://apps.djamchid.fr/4CT>.

là où l'on disposait principalement de résultats de calcul — et sur la discipline de vérification qu'un tel usage exige. Tous les programmes, données et un atlas interactif sont disponibles à <https://apps.djamchid.fr/4CT>.

Table des matières

1	Introduction	3
1.1	Une question posée par l'IA	3
1.2	Contexte : le théorème des quatre couleurs	3
1.3	Démarche : usage de l'IA dans ce travail	4
1.4	Ce que ce travail apporte	4
1.5	Disponibilité	5
2	Vérification indépendante de la réductibilité	5
2.1	Méthode	5
2.2	Résultats	5
3	Compression géométrique : réductions à un ruban	6
3.1	Le langage des rubans	6
3.2	Trois règles à un ruban	6
4	Deux rubans, marques fixes, coupures d'intervalle	7
5	Mélange de deux catégories : correction d'un faux positif et résultat final	7
5.1	Un faux positif et sa correction	7
5.2	Résultat corrigé	7
5.3	L'état résiduel	7
6	Admissibilité topologique des contractions	8
6.1	Le problème	8
6.2	Un lemme combinatoire sans topologie	8
6.3	Le lemme du triangle séparateur, et sa généralisation	8
6.4	Contraction de remplacement	9
6.5	Bilan	10
7	Classification des noyaux d'obstruction minimaux	10
7.1	Définition et classification	10
7.2	Quatre lemmes génériques	11
7.3	Propagation de contraintes	11
7.4	Le lemme de la composante bicolore	12
7.5	Bilan	12
7.6	Tous les mots de bord bloqués	13
7.7	Relier chaque mot bloqué à sa règle d'échange	13
7.8	Arbres de cas	14

8	Discussion et portée	15
8.1	Ce que ces résultats établissent	15
8.2	Ce qu'ils n'établissent pas	15
8.3	Travail futur	16
8.4	Retour sur la question initiale	16

1 Introduction

1.1 Une question posée par l'IA

Cet article, destiné à être déposé sur arXiv, prend pour point de départ une question que les progrès de l'intelligence artificielle rendent particulièrement pressante : quelle compréhension mathématique les humains peuvent-ils tirer de preuves produites ou assistées par l'IA ? Au-delà de leur validité, comment apprécier leur intelligibilité et leur capacité à transmettre des idées réutilisables ?

Le travail présenté ici inverse cette perspective : utiliser l'IA pour rendre plus intelligible une preuve existante dont une part essentielle repose sur des vérifications informatiques. Le théorème des quatre couleurs constitue le terrain de cette démarche.

À partir de la preuve de Robertson, Sanders, Seymour et Thomas (RSST), l'article entreprend de remplacer une part substantielle des vérifications exhaustives de réductibilité par des arguments topologiques et combinatoires explicites. Il cherche à dégager, derrière la multiplicité des configurations, des mécanismes communs que le lecteur puisse comprendre, vérifier et réutiliser.

L'objectif est de transformer une certification largement dépendante du calcul en une démonstration dont davantage d'étapes portent une explication mathématique accessible. L'article expose les substitutions obtenues, leur portée et les vérifications qui restent informatiques. Il explore ainsi un usage de l'IA au service de la compréhension humaine : faire émerger des raisons là où l'on disposait principalement de résultats de calcul.

1.2 Contexte : le théorème des quatre couleurs

Le théorème des quatre couleurs affirme que tout graphe planaire est proprement 4-coloriable. Sa démonstration, initiée par Appel et Haken [1] et considérablement simplifiée par Robertson, Sanders, Seymour et Thomas [2, 3] (ci-après RSST), repose sur deux piliers indépendants :

- (i) un ensemble *inévitabile* de 633 configurations, tel que tout contre-exemple minimal hypothétique doit en contenir au moins une ;
- (ii) la *réductibilité* de chacune de ces 633 configurations : la coloration ne peut pas se bloquer sur cette configuration précise sans se bloquer déjà sur un graphe strictement plus petit.

Ces deux piliers sont vérifiés par des programmes informatiques dont les données et le code source ont été publiés par RSST [3, 4].

Le présent travail porte exclusivement sur le second pilier, la réductibilité. Nous ne touchons pas à l'inévitabilité, qui reste un travail distinct, non réexécuté ici. Nous ne revendiquons aucune nouveauté concernant le théorème des quatre couleurs lui-même : son statut de théorème démontré n'est pas en jeu et ne dépend d'aucun des résultats présentés ici.

1.3 Démarche : usage de l’IA dans ce travail

Par cohérence avec la question posée en §1.1, nous décrivons explicitement comment l’IA a été utilisée, plutôt que de la laisser en arrière-plan.

Un système d’IA (Claude, Anthropic) a mené, sous la direction de l’auteur, l’intégralité du travail computationnel : lecture du corpus RSST, formulation d’hypothèses de simplification, écriture des programmes de vérification, et rédaction des énoncés et preuves des lemmes présentés ici. La méthode de travail a été itérative et uniforme à chaque étape : proposer un mécanisme combinatoire candidat, l’implémenter, puis le vérifier par une *seconde* implémentation indépendante, écrite séparément, avant de le considérer comme établi. Un résultat n’est retenu dans cet article que lorsque les deux implémentations concordent exactement sur l’ensemble du corpus concerné.

Cette discipline s’est révélée nécessaire, pas seulement prudente : au cours de ce travail, un premier énoncé pour la section 5 s’est avéré un faux positif, provenant d’une condition dégénérée non identifiée avant la vérification croisée (voir §5 pour le détail). Une seconde erreur de même nature est survenue dans la recherche des contractions de remplacement (§6) : un lemme de monotonie, énoncé sans preuve suffisante, restreignait la recherche aux groupes contenant un sommet de bord et concluait à tort que quatre configurations n’avaient aucune contraction de remplacement. Il est faux (réunir deux groupes adjacents est une contraction et peut réaliser de nouveaux mots) ; la recherche complète en a trouvé trois de plus. Nous rapportons cet épisode explicitement plutôt que de l’effacer : il illustre à la fois un risque propre à ce mode de travail — un système d’IA peut produire un argument syntaxiquement correct mais vide de contenu, avec la même confiance apparente qu’un argument correct — et la façon dont la vérification systématique, plutôt que la seule relecture, permet de le détecter. De la même manière, lorsqu’un argument envisagé ne s’est pas généralisé (la tentative de preuve autonome pour le quadrilatère séparateur, §6), nous le rapportons comme tel plutôt que de le remplacer silencieusement par une citation.

Cette transparence méthodologique n’est pas accessoire au propos de l’article : c’est elle qui rend crédible la revendication de la section 1.1, à savoir que les mécanismes présentés ici sont effectivement vérifiés et réutilisables, et non simplement produits avec l’aisance rhétorique qu’un système d’IA peut donner à un énoncé mathématique, correct ou non.

1.4 Ce que ce travail apporte

Trois contributions distinctes, de nature différente.

Une vérification indépendante. Nous avons ré-implémenté, sans reprendre aucune routine du programme historique `reduce.c`, le calcul de fermeture qui établit la réductibilité des 633 configurations : énumération des remplissages directs, calcul de l’ensemble consistant par propagation de déductions de rang décroissant, et vérification de la disjonction entre les frontières fournies par une contraction et le résidu correspondant. Cette ré-implémentation retrouve exactement les décomptes publiés (§2).

Une hiérarchie de règles structurées. Le certificat de réductibilité produit par ce calcul (et par le programme historique) est un ordre de preuve sur des millions de déductions individuelles, chacune vérifiable par calcul mais non lisible telle quelle. Nous montrons qu’une hiérarchie de règles géométriques de plus en plus fines — un ruban, deux rubans, marques fixes, coupures d’intervalle, mélange de deux catégories de rubans — couvre la quasi-totalité de ces déductions par un mécanisme commun à tout le corpus, ne laissant qu’un seul état exceptionnel sur les 29 991 189 déductions nécessaires (§3–§5).

Deux obligations distinctes, partiellement traitées. La réductibilité par contraction repose sur une hypothèse topologique (l’admissibilité de la contraction dans un plongement réel) que RSST ne détaille qu’au cas par cas. Nous en donnons une preuve générique, autonome, pour 383 des 384 configurations concernées (§6). Par ailleurs, chaque mot de bord bloqué admet un noyau d’obstruction minimal ; nous classons les 633 noyaux du corpus et démontrons un lemme générique qui les couvre tous, puis l’appliquons à chacun des 39 941 300 mots de bord bloqués (§7).

Nous rapportons aussi honnêtement les limites atteintes : un état résiduel non couvert par le mélange de catégories, et une configuration dont l’admissibilité repose sur une citation plutôt qu’une preuve autonome. La section 8 en discute la portée.

1.5 Disponibilité

L’intégralité du code, des données produites, et un atlas interactif permettant d’inspecter chaque configuration, chaque règle et chaque exemple sont disponibles à

<https://apps.djamchid.fr/4CT>

Le dossier reproductible contient en particulier les programmes C et Python, les journaux d’exécution, les empreintes SHA-256 des données sources téléchargées depuis l’archive de RSST, et les scripts de vérification indépendante utilisés pour chacun des résultats ci-dessous.

2 Vérification indépendante de la réductibilité

2.1 Méthode

Pour chacune des 633 configurations (un graphe planaire intérieur bordé d’un cycle de longueur $r \in \{6, \dots, 14\}$), nous énumérons les $3^r + (\pm 3)$ classes de coloration propre du bord sous l’action du groupe symétrique des 4 couleurs, puis testons, pour chacune, si elle admet un remplissage direct de l’intérieur respectant les listes de couleurs héritées. Les frontières non directement remplissables sont soumises à une procédure de fermeture : une frontière w est éliminée s’il existe une couleur d’arête θ telle que, pour *tout* appariement signé sans croisement compatible des positions actives, il existe un membre déjà éliminé de rang strictement inférieur (voir [2], §3, pour la définition formelle des ensembles consistants). Un ordre de rang strict garantit la terminaison. À la stabilisation, si le résidu restant est vide, la configuration est D-réductible ; sinon, on teste si le résidu est disjoint des frontières compatibles avec un contrat de contraction proposé, auquel cas la configuration est C-réductible.

2.2 Résultats

Notre implémentation indépendante (`independent_closure.c`, détaillée dans le dossier reproductible) retrouve, sur les 633 configurations :

Frontières propres de sommets, cumulées	44 747 691
Frontières directement remplies	4 806 391
Frontières éliminées par la règle de fermeture	29 991 189
Configurations D-réductibles (résidu vide)	249
Configurations C-réductibles (contrat utilisé)	384
Frontières compatibles avec les contrats, cumulées	2 200 962
Intersections contrat/résidu	0
Contrôles de dépendance de rang	1 521 833 472

Ces nombres coïncident avec ceux publiés par RSST. Il s'agit d'une contre-vérification indépendante du calcul fini de réductibilité : elle ne remplace pas les lemmes topologiques de leur article, et n'établit aucune propriété nouvelle sur le théorème lui-même.

3 Compression géométrique : réductions à un ruban

3.1 Le langage des rubans

Fixons une configuration, un mot de bord w et une couleur d'arête $\theta \in \{1, 2, 3\}$. Les positions du bord dont la couleur d'arête diffère de θ (les positions *actives*) sont appariées sans croisement par les rubans de l'extérieur réel — un fait garanti, pour toute occurrence planaire, par le lemme de consistance de RSST [2]. Inverser un ruban échange les deux couleurs non- θ sur ses deux extrémités. Une frontière w de rang $\rho(w) > 0$ est dite *utile pour un arc* (i, j) si l'inversion du ruban joignant les positions actives i, j produit un mot de rang strictement inférieur.

Lemme 1 (Lemme du complément). *Pour tout appariement extérieur M et tout sous-ensemble S de ses rubans, inverser S et inverser $M \setminus S$ produisent le même mot canonique, à permutation globale des deux couleurs non- θ près.*

En particulier, tout mot éliminé par le certificat général admet un échange utile d'au plus $\lfloor r/4 \rfloor \leq 3$ rubans (on peut toujours choisir le plus petit des deux ensembles complémentaires d'un échange donné).

3.2 Trois règles à un ruban

Lemme 2 (Étoile). *S'il existe une position active p telle que tout arc issu de p soit utile, alors tout appariement extérieur contient un arc utile.*

Lemme 3 (Paire consécutive). *Si tous les arcs entre positions actives cycliquement consécutives sont utiles, alors tout appariement extérieur contient un arc utile.*

Lemme 4 (Séparation récursive). *Notons $P(i, j)$ la possibilité d'apparier sans croisement l'intervalle $[i, j]$ en n'utilisant que des arcs non utiles. Si $P(0, 2m)$ est faux, tout appariement extérieur contient un arc utile.*

La preuve de ces trois lemmes ne dépend que de la structure combinatoire des appariements sans croisement d'un cercle, indépendamment du mot ou du corpus ; elle est donnée intégralement dans le dossier reproductible (4CT_compression_geometrique.md).

Sur les 29 991 189 déductions du corpus, ces trois règles couvrent 23 746 169 cas (79,18 %) : 19 593 637 par la règle de l'étoile, 1 426 par la paire consécutive, 4 151 106 par la séparation

réursive. Un lemme complémentaire (parité des intervalles) établit que la règle « traversants seuls » — n'autoriser que les rubans qui traversent une coupure fixe du bord — ne peut jamais, à elle seule, ajouter de cas : sa preuve est un argument de parité pur, indépendant du corpus, redonné à la section 7 sous une forme apparentée (lemme du cycle impair).

4 Deux rubans, marques fixes, coupures d'intervalle

Les 6 245 020 déductions non couvertes par la compression à un ruban admettent, pour 5 930 669 d'entre elles, une garantie à deux rubans (recherche exhaustive sur les $\binom{2m}{2}$ paires d'arcs d'un appariement, pour les trois choix de θ) ; les 314 351 restantes exigent trois rubans, borne garantie par le lemme du complément (§3).

Une extension par *marques fixes* — deux ou trois positions actives fixées indépendamment de la connexion extérieure réelle, dont on inverse ensuite les rubans incidents (imposés ou choisis parmi eux) — couvre 5 752 626 des 6 245 020 déductions restantes après la compression à un ruban, portant la couverture cumulée à 29 498 795 déductions (98,36 %).

Une seconde extension par *coupure fixe du bord* — un intervalle cyclique I fixé avant de connaître l'appariement, dont on classe les rubans en traversants, intérieurs ou extérieurs à I , en n'autorisant qu'une seule de ces trois catégories par échange — couvre 491 874 déductions supplémentaires, portant le total à 29 990 669 (99,998266 %). Il reste, à ce stade, 520 états hors catalogue, répartis sur 123 configurations.

5 Mélange de deux catégories : correction d'un faux positif et résultat final

5.1 Un faux positif et sa correction

Nous avons cherché si autoriser un mélange de deux des trois catégories (traversant, intérieur, extérieur) de la règle de coupure fixe, plutôt qu'une seule, suffisait à couvrir les 520 états restants. Une première version de ce test autorisait des coupures I d'une seule position active. Or avec $|I| = 1$, la catégorie *intérieure* est vide par construction (il faut deux positions dans I pour qu'un ruban y ait ses deux extrémités) : le test « traversant + extérieur » dégénère alors en « n'importe quel ruban », c'est-à-dire le certificat général déjà connu — une réussite garantie d'avance, ne testant rien de géométriquement nouveau. Nous signalons cette erreur méthodologique explicitement, le test corrigé imposant $|I| \geq 2$, condition nécessaire pour que les trois catégories soient effectivement possibles.

5.2 Résultat corrigé

Avec $|I| \geq 2$, une coupure fixe autorisant un échange d'au plus trois rubans puisés dans l'union de deux catégories — exclusivement la paire *extérieur + traversant*, jamais *intérieure* — couvre **519 des 520 états**, vérifié par deux implémentations indépendantes (0 écart). Le catalogue combinatoire structuré atteint ainsi **29 991 188 des 29 991 189 déductions (99,999997 %)**.

5.3 L'état résiduel

Un unique état résiste : le patch 128.25876, mot de bord 12323212343232. Nous avons vérifié exhaustivement (énumération des sous-ensembles d'au plus trois rubans, pour toute coupure de

taille ≥ 2 et les trois paires de catégories) qu’aucune coupure fixe à deux catégories ne le couvre : pour son appariement le plus contraignant, tout échange utile puisé dans les listes certifiées du certificat général contient nécessairement un ruban de la catégorie *intérieure*. Cet état reste donc couvert uniquement par le certificat général, sans réduction à une règle structurée. L’énoncé « la catégorie intérieure n’est jamais nécessaire » est par conséquent **faux** en toute généralité : il est vrai pour 519 des 520 états, avec un contre-exemple démontré. (Cet état reçoit toutefois un argument de cas lisible en section 7, qui ne relève d’aucune règle à catégories.)

6 Admissibilité topologique des contractions

6.1 Le problème

Pour une configuration C-réductible obtenue par une contraction q d’un graphe intérieur P dans un plongement G , trois hypothèses garantissent qu’une 4-coloration du quotient G/q se relève en une 4-coloration de G (voir [2], ou l’esquisse locale reproduite dans notre dossier) : (1) G/q a strictement moins de sommets que G ; (2) aucune arête de l’extérieur H (bord compris) n’a ses deux extrémités identifiées par q ; (3) toute coloration de bord induite par une coloration propre de G/q est couverte par le certificat déjà établi. L’hypothèse (1) est triviale ; l’hypothèse (3) est vérifiée informatiquement pour les 384 configurations C-réductibles (§2, intersection contrat/résidu nulle). L’hypothèse (2) est topologique : elle dépend du plongement, et RSST ne la détaille qu’au cas par cas (nous reproduisons leur argument pour la configuration 2.126 dans le dossier reproductible).

6.2 Un lemme combinatoire sans topologie

Lemme 5. *Si chaque classe d’équivalence de q (chaque groupe de sommets de P identifiés ensemble) contient au plus un sommet de bord de P , alors l’hypothèse (2) est automatiquement satisfaite, indépendamment de toute occurrence ou plongement.*

Démonstration. Une arête de H a au moins une extrémité qui est un sommet de bord de P (les arêtes entièrement extérieures à P ne sont pas affectées par q). Pour que ses deux extrémités soient identifiées par q , il faut donc qu’elles soient toutes deux des sommets de bord de P tombant dans la même classe. Si aucune classe ne contient deux sommets de bord distincts, cette situation ne peut jamais se produire. $\square$

Ce lemme, vérifié mécaniquement sur les groupes de contraction des 384 configurations C, couvre **307 d’entre elles (80 %)** sans aucune hypothèse topologique.

6.3 Le lemme du triangle séparateur, et sa généralisation

Pour les 77 configurations restantes, au moins un groupe de contraction contient deux ou trois sommets de bord : le lemme 5 ne s’applique pas. On invoque alors un fait classique :

Lemme 6 (absence de triangle séparateur). *Un contre-exemple minimal au théorème des quatre couleurs ne contient aucun triangle séparateur.*

Démonstration. Soit T un triangle séparant G en deux côtés G_1, G_2 (chacun contenant T), tous deux strictement plus petits que G . Par minimalité, G_1 et G_2 admettent des 4-colorations propres. Les trois sommets de T étant mutuellement adjacents, chaque coloration leur assigne trois couleurs deux à deux distinctes ; une permutation des 4 couleurs de G_2 fait donc coïncider ses couleurs

sur T avec celles de G_1 . Les deux colorations se recollent alors en une 4-coloration propre de G , contredisant que G est un contre-exemple. $\square$

Pour une paire (i, j) de sommets de bord partageant un groupe de contraction, à écart cyclique 2, de sommet médian m : s'il existe un sommet u de P adjacent à la fois à i et j dans P , tel que m n'a aucun autre voisin que i, j, u , alors le triangle $i-u-j$ sépare m du reste du graphe si l'arête $i-j$ existait dans H ; par le lemme 6, cette arête ne peut exister. Vérifié mécaniquement (recherche de u parmi *tous* les sommets de P , pas seulement ceux du groupe de contraction) sur les 97 paires à écart 2 du corpus : **les 97, sans exception**, admettent un tel témoin.

Pour les paires à écart cyclique strictement supérieur à 2 (23 paires, écarts 3 à 7), le plus court chemin *le long du bord* a la longueur de l'écart, mais ce n'est pas le plus court chemin dans P : un chemin évitant tout autre sommet de bord est systématiquement plus court (2 ou 3 arêtes). Douze de ces 23 paires donnent, par ce raccourci, un triangle séparateur (même argument que ci-dessus, sans nouveauté) ; les onze autres donnent un *quadrilatère* séparateur, structurellement différent : contrairement au triangle, dont les trois sommets mutuellement adjacents forcent toujours trois couleurs distinctes, un quadrilatère a des sommets opposés non adjacents, admettant plusieurs profils de coloration (2, 3 ou 4 couleurs utilisées selon les coïncidences de diagonales). Une chaîne de Kempe force toujours l'une des deux diagonales à coïncider, mais pas les deux simultanément ; les profils effectivement atteignables dépendent en outre de la structure précise de chaque côté (un contre-exemple explicite, la roue à quatre sommets, montre qu'un profil peut être structurellement inatteignable). Nous n'avons pas complété cet argument.

6.4 Contraction de remplacement

Le lemme des contractions vaut pour *toute* contraction q' d'arêtes de P qui vérifie ses trois hypothèses, pas seulement pour la contraction historique. Pour les 9 configurations bloquées par un quadrilatère, nous cherchons donc une autre contraction q' telle que :

- (a) chaque groupe de sommets identifiés est connexe dans P , et l'un d'eux au moins a deux sommets : G/q' est planaire et a moins de sommets que G ;
- (b) deux sommets de bord a, b d'un même groupe sont non consécutifs et ont un voisin intérieur commun u ;
- (c) aucune coloration de P/q' n'induit sur le bord un mot résiduel.

Sous (b), une arête $a-b$ de H fermerait le triangle $a-u-b$, qui traverse le bord en a et en b et sépare donc les deux arcs du bord entre a et b , tous deux non vides : c'est exclu par le lemme 6, d'où l'hypothèse (2). Toute coloration de G/q' se restreint à une coloration de P/q' , donc (c) donne l'hypothèse (3). Aucune borne sur le nombre d'arêtes contractées n'est requise : la borne de RSST sert à garantir (2) par la 6-connexité interne, que nous n'utilisons pas.

La recherche est exhaustive. Nous énumérons toutes les partitions du bord en blocs de paires vérifiant (b), et tous les regroupements des sommets intérieurs : chaque sommet intérieur choisit un parent parmi ses voisins ou lui-même, ce qui produit toute partition en groupes connexes (forêt couvrante de chaque groupe). Un candidat est rejeté dès qu'un mot résiduel est réalisé par son quotient. Il ne suffit pas de se limiter aux partitions où chaque groupe contient un sommet de bord : réunir deux groupes adjacents est une contraction, non une identification, et peut réaliser des mots nouveaux. Une première version ainsi restreinte ne trouvait que 5 des 8 contractions ci-dessous.

Configuration	Contraction de remplacement (groupes)	Traces de bord
128.136	{1, 10, 16}, {3, 5, 13}, {6, 8, 17}	189
126.8168	{1, 11, 18}, {7, 9, 13, 16, 19}	450
8406.123	{3, 5, 14}, {7, 9, 16, 17, 18, 19}, {10, 12, 20}	324
140.8406	{2, 4, 15}, {6, 8, 17, 20}, {14, 19}	1 503
7696.442802	{1, 3, 15}, {4, 6, 21}, {8, 10, 18}, {11, 13, 22}	567
8406.363	{1, 12, 19}, {3, 5, 15}, {7, 9, 17, 18, 20}	810
439328.136	{1, 12, 20}, {3, 5, 15, 16, 17, 18}, {8, 10, 21}	648
7877.442802	{1, 3, 16, 17, 18}, {9, 11, 19}, {12, 14, 23}	1 350

Pour ces 8 configurations, aucun mot résiduel n'est réalisé par le quotient (deux calculs indépendants : retour arrière sur listes et énumération brute), et toutes les paires de bord identifiées sont à écart 2 le long du bord, le cas déjà traité par l'argument du triangle. Pour 126.62942, la recherche complète examine 7 328 989 contractions candidates et n'en trouve aucune : il faudrait identifier au moins une paire séparée seulement par un quadrilatère. Les rejets du programme C ont été recontrôlés en Python sur un échantillon (23 239 candidats au total sur les 9 configurations). Comme pour tout le reste du corpus, l'argument suppose une occurrence fidèle du patch dans G (sommets de bord distincts, sommets intérieurs sans autre voisin que ceux décrits par P).

6.5 Bilan

Méthode	Configurations	Statut
Lemme 5 (combinatoire pur)	307	preuve autonome
Triangle séparateur, écart 2	+58	preuve autonome
Triangle séparateur, raccourci intérieur	+10	preuve autonome
Contraction de remplacement	+8	preuve autonome
Total établi par preuve autonome	383 / 384	99,7 %
Citation (6-connexité interne, non re-démontrée)	1	citation

La configuration restante repose sur le fait, classique dans la littérature de la preuve du théorème des quatre couleurs, que les contre-exemples minimaux peuvent être supposés intérieurement 6-connexes — c'est-à-dire sans cycle séparateur non facial de longueur ≤ 5 [2]. Nous citons ce fait sans le re-démontrer, exactement comme le corpus cite déjà, sans la recalculer, l'inévitabilité des 633 configurations.

7 Classification des noyaux d'obstruction minimaux

7.1 Définition et classification

Pour chaque configuration, un noyau d'obstruction minimal est un ensemble de sommets intérieurs, minimal par inclusion, dont la restriction des listes de couleurs (héritées du premier mot de bord bloqué rencontré) n'admet aucune coloration propre. Nous classons le sous-graphe induit par chacun des 633 noyaux :

Forme	Nombre	Description
Arête	17	2 sommets adjacents
Triangle	569	3 sommets mutuellement adjacents
Cycle impair	19	cycle simple de longueur 5 ou 7
Triangles couplés	6	deux triangles reliés par une arête
Autre	22	structure plus irrégulière

7.2 Quatre lemmes génériques

Lemme 7 (Arête et triangle, principe des tiroirs). *Si $k \in \{2, 3\}$ sommets mutuellement adjacents ont des listes de couleurs $L_1, \dots, L_k$ telles que $|L_1 \cup \dots \cup L_k| < k$, aucune coloration propre n'existe.*

La preuve est immédiate : k sommets mutuellement adjacents requièrent k couleurs deux à deux distinctes, toutes puisées dans l'union de leurs listes. Vérifié sur les $569 + 17 = 586$ cas : la condition est systématiquement satisfaite, avec égalité (union de taille exactement $k - 1$).

Lemme 8 (Cycle impair, parité). *Soit $v_1 \dots v_n v_1$ un cycle de longueur impaire n . S'il existe deux couleurs $\{a, b\}$ telles que $L(v_i) \subseteq \{a, b\}$ pour tout i , aucune coloration propre n'existe.*

Démonstration. Une telle coloration alternerait strictement $a, b, a, b, \dots$ en parcourant le cycle ; après un nombre impair de pas, v_n recevrait la même couleur que v_1 , contredisant leur adjacence. $\square$

Vérifié sur les 19 cycles impairs du corpus : tous ont leurs listes incluses dans la même paire $\{3, 4\}$.

Lemme 9 (Triangles couplés, double pivot forcé). *Soient deux triangles $\{p, q, r\}$ et $\{p', q', r'\}$ reliés par l'arête $p-p'$. Si, dans chaque triangle, les deux « jambes » ont des listes incluses dans une même paire $\{a, b\}$ (commune aux deux triangles), et si chaque « pivot » p, p' a une liste incluse dans $\{a, b, c\}$ pour une même troisième couleur c , alors aucune coloration propre n'existe.*

Démonstration. Dans chaque triangle, les deux jambes, adjacentes, épuisent nécessairement $\{a, b\}$ à elles deux ; le pivot, adjacent aux deux, doit alors prendre l'unique couleur restante c de sa liste. Les deux pivots sont ainsi tous deux forcés à c , mais adjacents — contradiction. $\square$

Vérifié sur les 6 cas : tous suivent ce schéma exactement, avec $c = 2$ dans cinq cas et $c = 1$ dans le sixième. Ce lemme généralise un exemple déjà décrit informellement par RSST pour illustrer que « les triangles peuvent interagir ».

7.3 Propagation de contraintes

Pour les 22 noyaux de forme irrégulière, nous appliquons une propagation d'arc-cohérence : tant qu'un sommet a une liste réduite à un singleton $\{c\}$, retirer c des listes de ses voisins, jusqu'à stabilisation. C'est valide pour tout graphe, conséquence directe de la définition d'une coloration propre. Si un sommet se retrouve avec une liste vide, ou si un triangle du graphe a, après propagation, une réunion de listes ≤ 2 , le lemme du triangle s'applique aux listes réduites. Cette méthode combinée résout **11 des 22** noyaux irréguliers (6 par domaine vidé, 5 par le triangle après propagation).

7.4 Le lemme de la composante bicolore

Onze noyaux résistent à ce stade : cinq en « éventail » (un sommet central adjacent à un chemin de quatre sommets) et six structures plus grandes et plus denses (jusqu'à 11 sommets et 21 arêtes). Un seul lemme, qui généralise les trois précédents, les résout tous.

Lemme 10 (Composante bicolore). *Soit $\{a, b\}$ une paire de couleurs et C une composante connexe du sous-graphe induit par les sommets dont la liste est incluse dans $\{a, b\}$. Si C contient un cycle impair, aucune coloration propre n'existe. Sinon, C est bipartie, de classes C_0 et C_1 ; tout sommet $z \notin C$ adjacent à la fois à un sommet de C_0 et à un sommet de C_1 ne peut recevoir ni a ni b .*

Démonstration. Dans une coloration propre, les couleurs alternent strictement entre a et b le long de tout chemin de C . Un cycle impair est donc exclu (lemme du cycle impair). Si C est bipartie et connexe, cette alternance détermine tout à partir d'un seul sommet : C_0 reçoit entièrement l'une des deux couleurs, C_1 l'autre. Le sommet z a donc un voisin coloré a et un voisin coloré b . $\square$

Les lemmes précédents en sont des cas particuliers : un triangle à deux couleurs est un cycle impair de longueur 3 ; les deux jambes d'un triangle couplé forment une composante réduite à une arête, dont le pivot voit les deux classes. L'éventail, en particulier, n'est pas un mécanisme nouveau. Dans 2.745566, le centre et les deux extrémités du chemin ont la liste $\{3, 4\}$ et forment une composante bipartie (le centre d'un côté, les extrémités de l'autre) ; les deux sommets intérieurs du chemin, de liste $\{2, 3, 4\}$, voient chacun les deux classes, sont forcés à 2, et sont adjacents. C'est le lemme des triangles couplés, avec deux triangles qui partagent une jambe au lieu d'être disjoints ; la preuve de ce lemme n'utilisait pas la disjonction. La classification par forme avait rangé ces noyaux dans « autre » parce qu'ils ont cinq sommets au lieu de six, masquant le mécanisme. Les six structures denses contiennent de même une ou deux grandes composantes de listes $\{3, 4\}$; avec la propagation des singletons, au plus trois applications du lemme suffisent.

Nous avons vérifié ce résultat de trois façons. Deux moteurs indépendants (ensembles et masques de bits, ordres de parcours opposés) rendent le même verdict sur les 633 noyaux. Chaque application du lemme est vérifiée par énumération exhaustive sur le seul sous-graphe $C \cup \{z\}$ avec les listes du moment. Enfin, un contrôle négatif : chacun des 633 noyaux privé d'un de ses sommets est coloriable par minimalité ; sur ces 2 018 instances, aucun des deux moteurs ne conclut à une contradiction.

7.5 Bilan

Lemme du triangle / arête (tiroirs)	586
Lemme du cycle impair (parité)	19
Lemme des triangles couplés (double pivot)	6
Propagation + triangle	11
Lemme de la composante bicolore + propagation	11
Total par argument générique	633 / 633

La répartition ci-dessus suit l'ordre historique de découverte. Le seul lemme de la composante bicolore, avec la propagation des singletons, suffit d'ailleurs pour les 633 noyaux à lui seul. Chaque noyau n'est toutefois construit qu'à partir d'un seul mot de bord bloqué par configuration.

7.6 Tous les mots de bord bloqués

Nous appliquons donc les mêmes règles, non plus à un noyau extrait, mais à l'intérieur entier de chaque configuration, pour chacun de ses mots de bord. Sur les 44 747 691 mots du corpus, 4 806 391 sont directement remplissables ; les 39 941 300 autres sont bloqués. Nous classons chaque mot bloqué au premier niveau d'argument qui suffit :

Argument	Mots	Part
Propagation des singletons seule	39 531 381	98,97 %
Avec le lemme de la composante bicolore	408 475	1,02 %
Avec une disjonction sur un sommet	1 444	0,004 %
Non expliqué	0	

Une disjonction sur un sommet v consiste à fixer successivement chaque couleur de sa liste et à vérifier que chaque branche aboutit à une contradiction par les deux règles précédentes. Dans 1 405 des 1 444 cas, chaque branche se ferme même par la seule propagation des singletons. Exemple typique (configuration 3.442802) : le sommet 9, de liste $\{2, 3\}$, est adjacent à deux « ailes » ; la couleur 2 force deux voisins d'une aile qui vident la liste d'un troisième sommet, la couleur 3 fait de même dans l'autre aile.

Contrôles : le nombre de mots remplissables coïncide, configuration par configuration, avec le décompte de référence ; aucune contradiction n'est jamais dérivée sur l'un des 4 806 391 mots remplissables ; deux moteurs écrits indépendamment concordent sur les 44 747 691 mots ; une réimplémentation en Python retrouve exactement les décomptes par niveau sur les 127 configurations de bord au plus 11 (682 204 mots).

Ce résultat rend lisible la partie négative de la réductibilité : pourquoi chaque mot bloqué ne se remplit pas directement. La sous-section suivante le relie à la partie positive.

7.7 Relier chaque mot bloqué à sa règle d'échange

Nous rejouons la chaîne complète des règles d'échange (§3–§5) dans une copie instrumentée du programme, dont la sortie reste identique colonne par colonne, et attachons à chaque mot bloqué ses deux moitiés : la dérivation de son blocage et la règle qui le résout.

Résolution	Mots bloqués
Un ruban (étoile, oreilles, séparation récursive)	23 746 169
Marques fixes et rubans au choix	5 752 626
Intervalle homogène	491 874
Catégorie mixte	519
Certificat général seul	1
Résidu couvert par la contraction	9 950 111
Total	39 941 300

Chaque mot bloqué a donc à la fois une explication locale de son blocage et une règle d'échange nommée — ou la contraction —, à la seule exception de l'état résiduel de la section 5, dont le blocage s'explique pourtant par la seule propagation des singletons (il reçoit plus bas un argument en arbre de cas). La table croisée montre une corrélation modeste : la part des mots dont le blocage

demande le lemme de la composante bicolore passe de 0,74 % pour l'étoile à 2–3,5 % pour les règles à plusieurs rubans, et à 12,9 % pour les 520 mots hors catalogue d'intervalle.

En termes de sommets, un échange se vérifie à la main. Les arêtes du bord portent la différence (XOR) des couleurs de leurs extrémités ; échanger les deux couleurs autres que θ le long du ruban qui relie les arêtes de bord X et Y applique une même permutation fixe (produit de deux transpositions, déterminé par θ) aux sommets de bord $X + 1$ à Y . Pour les sept configurations de bord au plus 8, nous produisons ainsi un dossier de preuve complet, mot par mot : remplissage explicite, ou dérivation du blocage suivie de la règle et de chaque ruban utile avec le mot obtenu et son rang, strictement inférieur. Un programme Python revérifie chaque ligne indépendamment (cibles recalculées par la permutation, décroissance des rangs, condition de chaque règle, mots de la contraction pour 2.126) : aucune erreur. Les dossiers de 0.7322 (31 mots) et 2.122 (91 mots) n'utilisent que des règles à un ruban ; dans les cinq autres, 2 à 7 mots par configuration relèvent d'une règle à marques fixes. Le même programme produit ensuite un dossier pour chacune des 120 configurations de bord 9 à 11 : 680 712 mots de bord, dont 546 560 bloqués, tous justifiés, avec 53 352 règles à marques fixes et 303 règles d'intervalle rédigées en entier (ces dernières à quatre marques, voir plus bas), aucune erreur. Pour 128.136, la contraction utilisée est la contraction de remplacement de la section 6.

Une règle à marques fixes se rédige elle aussi à la main. Appelons *condition* un ensemble S de rubans touchant les marques dont l'échange simultané fait descendre le rang (un sommet de bord subit la permutation de θ s'il est couvert par un nombre impair des intervalles des rubans de S). Un ensemble de conditions couvre la règle si chaque façon dont les marques peuvent être reliées à leurs partenaires, dans un appariement sans croisement, contient l'une d'elles ; l'appariement réel en contient donc une, dont tous les rubans existent. Les 19 règles des dossiers se rédigent en 4 à 7 conditions : les sept dossiers sont ainsi des preuves de réductibilité entièrement vérifiables à la main, au seul lemme de consistance de RSST près (et, pour 2.126, à l'admissibilité de sa contraction, prouvée en section 6). Sur les 127 configurations de bord au plus 11, les 53 371 déductions à marques fixes se rédigent toutes, en 4 à 18 conditions (médiane 6), retrouvées indépendamment du programme C et revérifiées.

Les règles d'intervalle, elles, quantifient sur des appariements complets et ne se rédigent pas telles quelles. Chaque déduction qu'elles couvrent admet toutefois une règle à quatre marques, parfois cinq, rédigée sous la même forme. Les 303 déductions d'intervalle des configurations de bord au plus 11 se rédigent toutes (5 à 19 conditions, au plus 42 connexions des marques). Sur un échantillon aléatoire de 337 déductions des bords 12 à 14, 336 se rédigent, avec une médiane de 11 conditions mais de 71 connexions (jusqu'à 297) : la forme tient, mais elle cesse d'être courte. Sur les 520 états hors catalogue, 141 demandent plus de cinq marques, dont l'état résiduel de la section 5.

7.8 Arbres de cas

Les listes de connexions se regroupent en raisonnant sur l'appariement réel une question à la fois. Une fois θ fixé, un nœud demande à quelle arête est relié le ruban d'une arête p , avec une branche par réponse possible : une arête de la même région, délimitée par les rubans déjà connus, qui laisse de chaque côté un nombre pair d'arêtes libres. Une branche s'arrête dès que les rubans connus contiennent un échange qui fait descendre le rang. L'appariement réel suit une branche, dont la feuille nomme des rubans qui existent tous. Les règles à marques fixes en sont le cas où les questions portent sur les marques dans un ordre fixe ; l'arbre choisit la question selon les réponses précédentes. Nous calculons l'arbre qui a le moins de feuilles et le vérifions sur tous

les appariements.

Sur les bords 12 à 14, dans un échantillon aléatoire de 576 déductions, les arbres ont 6 feuilles en médiane pour les règles à marques fixes et 9 à 10 pour les règles d'intervalle, contre 21 à 87 connexions pour les mêmes mots ; aucune branche ne pose plus de 5 questions. Les 520 états hors catalogue ont tous un arbre (24 feuilles en médiane, au plus 53). En particulier, l'état résiduel de la section 5 reçoit un argument en 50 cas, de profondeur 4, vérifié sur ses 429 appariements : plus aucun mot éliminé par échange n'est couvert par le seul certificat général.

Portée en C dans le programme qui calcule déjà les rangs, la recherche produit et vérifie un arbre pour *chacune* des 29 991 189 déductions du corpus, en 38 minutes sur quatre cœurs : aucune ne demande plus de 53 cas ni plus de 5 questions, et 99 % en demandent au plus 11. La médiane est de 4 cas pour les déductions que classaient les règles à un ruban, 6 pour les marques fixes, 10 pour les règles d'intervalle et 24 pour les états hors catalogue. Les versions C et Python, écrites indépendamment, donnent les mêmes arbres (feuilles, profondeur, plus grand échange) sur 1 424 déductions comparées.

Ces arbres se regroupent en schémas communs. Un arbre ne dépend du mot que par ses feuilles ; écrit en positions relatives (première, deuxième arête active...), sans ses feuilles et à rotation et symétrie près, il se réduit à une *forme*, qui couvre d'office tous les appariements. Les 29 991 189 arbres ont 60 321 formes, mais la répartition est très concentrée : 2 formes couvrent la moitié des déductions, 11 en couvrent 90 % et 505 en couvrent 99 %. Quatre « étoiles » (une seule question, sur 6, 8, 10 ou 12 arêtes actives) couvrent à elles seules 81 % du corpus, et 82,7 % des déductions se règlent par une seule question. Au-delà de 99 %, en revanche, presque chaque déduction a sa propre forme, surtout parmi les règles d'intervalle.

Cette traîne se regroupe en partie si l'on oublie, dans les sous-arbres, quelle arête chaque sous-question interroge, pour ne garder que son nombre de réponses : c'est le *squelette* de l'arbre, qu'on applique à un mot en donnant en plus un entier par sous-question. Il suffit alors de 300 squelettes pour couvrir 99,9 % des déductions, contre 30 330 formes, et de 278 pour couvrir 90 % de la traîne, contre 29 844. Les regroupements plus grossiers (nombre de questions et profondeur) classent les déductions sans plus les prouver. Les derniers 0,01 % résistent : ils demandent encore près de 3 000 squelettes, et les 520 états hors catalogue en ont 471.

8 Discussion et portée

8.1 Ce que ces résultats établissent

Tous les résultats de vérification (§2) et tous les lemmes énoncés avec preuve (§3–§7) sont des faits mathématiques autonomes, vérifiés indépendamment par au moins deux implémentations distinctes pour chaque résultat quantitatif nouveau. Ils ne dépendent d'aucun logiciel externe non audité, à l'exception du principe déjà établi par RSST (lemme de consistance des rubans, cité et non re-démontré).

8.2 Ce qu'ils n'établissent pas

Ce travail ne constitue en aucun cas une nouvelle preuve, ni une simplification substantielle, du théorème des quatre couleurs. En particulier :

- l'inévitabilité des 633 configurations n'a pas été réexécutée ;
- une configuration de la section 6, 126.62942, repose sur une citation, pas une preuve construite ici ;

- chaque mot bloqué est relié à une règle d'échange nommée, mais seules les 127 configurations de bord au plus 11 ont un dossier rédigé mot par mot (les dossiers de bord 11 comptent 7 381 mots chacun, ce qui les rend vérifiables à la main mais non relisibles en pratique) ; au-delà, la rédaction des règles à marques fixes et d'intervalle n'est faite que sur échantillon ; les arbres de cas couvrent toutes les déductions, mais ne sont rédigés en toutes lettres que pour les petites configurations et pour 128.25876 ;
- aucune borne uniforme sur le nombre d'échanges de Kempe n'est établie ; les « rangs » de cet article sont des positions dans un ordre de preuve, non des quantités géométriques intrinsèques.

8.3 Travail futur

Trois pistes concrètes, chacune correspondant à un résultat partiel explicité ci-dessus : (1) pour 126.62942, la seule configuration sans contraction de remplacement, compléter l'argument de chaînes de Kempe pour le quadrilatère séparateur, ou vérifier précisément la borne de longueur disponible dans la littérature avant de l'invoquer ; (2) étendre les dossiers mot par mot aux 506 configurations de bord 12 à 14, ce qui demande une rédaction plus courte des règles d'intervalle (jusqu'à 297 connexions des marques sur ces bords) — les arbres de cas et leurs formes communes (§7) en sont le candidat naturel ; (3) traiter l'inévitabilité, qui n'est pas abordée ici.

8.4 Retour sur la question initiale

La section 1.1 demandait dans quelle mesure une preuve assistée par calcul peut être rendue intelligible, et si l'IA peut contribuer à cette transformation plutôt qu'à l'obscurcir davantage. Ce travail apporte une réponse partielle, mesurable et volontairement modeste.

D'un côté, un gain réel et quantifiable : 29 991 188 des 29 991 189 déductions de recoloration (§5), 383 des 384 hypothèses d'admissibilité de contraction (§6), et les 633 noyaux d'obstruction et les 39 941 300 mots de bord bloqués (§7) ne dépendent plus seulement d'un calcul exhaustif : ils portent désormais un énoncé et une preuve qu'un lecteur humain peut vérifier sans exécuter de programme. Ces mécanismes sont peu nombreux — moins d'une dizaine au total — et communs à des centaines de configurations : c'est précisément le type de gain d'intelligibilité recherché, une explication qui se substitue à une répétition de calculs.

De l'autre, ce travail illustre aussi les limites et les risques propres à cette démarche. Un système d'IA formule des conjectures combinatoires avec une aisance qui ne garantit rien sur leur contenu : la section 1.3 rapporte un énoncé qui s'est révélé vide (un succès garanti par construction plutôt que par un fait géométrique), et un autre qui n'a pas pu être mené à son terme malgré une tentative sérieuse (le quadrilatère séparateur, §6). Dans les deux cas, c'est la vérification systématique — et non la qualité apparente de l'argument produit — qui a permis de distinguer ce qui tenait de ce qui ne tenait pas. Une preuve produite avec l'assistance de l'IA n'est intelligible, en ce sens, que dans la mesure où elle reste falsifiable : chaque mécanisme de cet article est accompagné du code qui permet de le contredire s'il est faux.

Enfin, une part substantielle de la preuve — la configuration citée de la section 6 et l'inévitabilité dans son entier — reste, à ce stade, dépourvue d'explication accessible sans calcul. Le rapport entre ce qui est devenu lisible et ce qui reste computationnel n'est pas un résultat définitif : c'est une mesure, à un instant donné, de ce qu'une collaboration entre un mathématicien et un système d'IA peut extraire d'intelligibilité d'une preuve existante — et un indicateur, pour un travail futur sur d'autres preuves assistées par calcul, de ce qui rend cette extraction possible ou non.

Disponibilité des données et du code

Le dossier reproductible complet — programmes C et Python, données sources et leurs empreintes SHA-256, scripts de vérification indépendante pour chacun des résultats ci-dessus, journaux d'exécution — ainsi qu'un atlas interactif permettant d'inspecter chaque configuration, chaque règle géométrique et chaque exemple cité dans cet article, sont disponibles à :

<https://apps.djamchid.fr/4CT>

Remerciements

Ce travail s'appuie entièrement sur le corpus, les données et les programmes publiés par Robertson, Sanders, Seymour et Thomas [2, 3, 4].

Références

- [1] K. Appel, W. Haken, *Every planar map is four colorable*, Illinois J. Math. **21** (1977), 429–567.
- [2] N. Robertson, D. Sanders, P. Seymour, R. Thomas, *The Four-Colour Theorem*, J. Combin. Theory Ser. B **70** (1997), 2–44. <https://thomas.math.gatech.edu/PAP/fc.pdf>
- [3] N. Robertson, D. Sanders, P. Seymour, R. Thomas, *Reducibility in the Four-Color Theorem*, <https://arxiv.org/abs/1401.6481>
- [4] N. Robertson, D. Sanders, P. Seymour, R. Thomas, Données et programme historique de réductibilité, <https://arxiv.org/src/1401.6481v1/anc/>